Ks. ANTONI KORCIK

METODA LEIBNIZA INTERPRETACJI LOGIKI ARYSTOTELESA

We fragmentach pism Leibniza, wydanych w r. 1903 przez Couturata, znajdujemy sześć datowanych i numerowanych przez Leibniza fragmentów z kwietnia 1679 r., w których występuje pewna metoda interpretacji logiki Arystotelesa,—metoda interpretacji arytmetycznej. W postaci najbardziej dojrzałej i wykończonej wyłożona jest ona we fragmencie nr 5, zatytułowanym: »Modus examinandi consequentias per numeros« oraz we fragmencie nr 6 pod tytułem: »Regulae ex quibus de bonitate consequentiarum formisque et modis syllogismorum categoricorum iudicari potest per numeros«[1]). Tę metodę, opisaną przez Couturata[2]), a potem przez Łukasiewicza[3]), Dürra[4]) i Słupeckiego[5]), stosuje Leibniz do logiki Arystotelesa, w szczególności zaś do praw konwersji zdań asertorycznych, do prawa subalternacji oraz do formy sylogistycznej figury trzeciej — Datisi i przy jej pomocy sprawdza poprawność tych form rozumowania[6]).

W niniejszej pracy próbuję okazać, że interpretacja Leibniza stosuje się nie tylko do tych czy innych form sylogistycznych jako poszczególnych twierdzeń systemu logiki Arystotelesa, lecz także i do jego aksjomatów. W tym celu sprawdzam tą metodą Leibniza w sposób analogiczny poprawność czterech form zasadniczych figury pierwszej jako aksjomatów arystotelesowego systemu logiki,—form, do których sprowadzić się dają formy i dwu innych figur sylogistycznych.

Dwa terminy jakiegokolwiek zdania, np. a jest b, gdzie »a« reprezentuje termin — podmiot, a »b« termin — orzecznik, wyraża Leibniz przy pomocy dwu par liczb względem siebie pierwszych. Liczba pierwsza jest to liczba podzielna tylko przez 1 i przez siebie samą. Dwie liczby (naturalne) nazywamy względem siebie pierwszymi czyli względnie pierwszymi, gdy jedynym ich wspólnym dzielnikiem czyli liczbą przez którą się dzielą jest jedność (np. 8 i 9). Każda para liczb zawiera różne znaki: jeśli pierwsza liczba jest dodatnia czyli posiada znak plus, to druga liczba jest ujemna czyli posiada znak minus i jeśli pierwsza jest ujemna, to druga jest dodatnia (np. $+10-9$ oraz $+5-3$). Negację terminu wyraża Leibniz w ten sposób, że zmienia znaki liczb, tzn., że termin zdania wyrażony przy pomocy pary liczb $+10-9$ ma negację $-10+9$ czyli $+9-10$. Zamiast par liczb o różnych znakach weźmiemy uporządkowane pary (x, y), (u, v). Przy przyjętym tu znakowaniu negacjami (x, y), (u, v) będą (y, x), (v, u). Przez x, y oraz u, v będziemy oznaczali liczby względem siebie pierwsze (jedną dodatnią, a drugą ujemną), a przez D (x, y) oraz D (u, v) — największy wspólny dzielnik x i y oraz u i v. Gdy liczby są względem siebie pierwsze, wtedy wspólny dzielnik jest równy jedności. Gdy zaś liczby nie są względem siebie pierwsze, wtedy wspólny dzielnik nie jest równy jedności.

Leibniz nasamprzód interpretuje zdania typu A i E, a potem, na podstawie interpretacji tych zdań, sprawdza poprawność twierdzeń logiki Arystotelesa.

Ażeby zdanie typu A: »każde a jest b« było prawdziwe, potrzeba, żeby liczby x, y oraz u, v (względnie 10 i 9 oraz 5 i 3) były względem siebie pierwsze i żeby liczba x była podzielna przez liczbę u a liczba y przez liczbę v. W przeciwnym wypadku zdanie: »każde a jest b« jest fałszywe, a prawdziwe będzie zdanie, które jest jego zaprzeczeniem czyli względem niego sprzeczne tj. zdanie typu O: »pewne a nie jest b«. Ażeby zdanie typu E: »żadne a nie jest b« było prawdziwe, potrzeba, żeby liczby x, y oraz u, v były względem siebie pierwsze, zaś liczby na krzyż ułożone tj. liczby x i v lub liczby y i u nie były względem siebie pierwsze. W przeciwnym wypadku zdanie: »żadne a nie jest b« jest fałszywe, a prawdziwe będzie zdanie, które jest jego zaprzeczeniem czyli względem niego sprzeczne tj. zdanie typu I: »pewne a jest b«[7]).

Leibniza interpretacja zdań typu A i E.

Jeśli (x, y) A (u, v) oznacza $D(x, y) = 1 \cap D(x, u) = u \cap D(y, v) = v \cap D(u, v) = 1$ oraz

(x, y) E (u, v) oznacza $D(x, v) \neq 1 \cup D(y, u) \neq 1$,

to (x, y) I (u, v oznacza $D(x, v) = 1 \cap D(y, u) = 1$, a

(x, y) O (u, v) oznacza $D(x, y) \neq 1 \cup D(x, u) \neq u \cup D(y, v) \neq v \cup D(u, v) \neq 1$.

W tej interpretacji zdań typu A i E jest wyrażona metoda Leibniza weryfikacji twierdzeń logiki Arystotelesa, która miała mieć według autora metody szerokie zastosowanie[8]).

Leibniza weryfikacja praw konwersji zdań typu E i I. Z tego, że $D(a, b) = D(b, a)$, widzimy, że warunki zdań E i I są symetryczne względem par liczb (x, y) i (u, v). Stąd wynika konwersja zdań typu E i I:

(x, y) E (u, v) = (u, v) E (x, y) (E)

(x, y) I (u, v) = (u, v) I (x, y) (I)

Leibniza weryfikacja prawa subalternacji i prawa konwersji zdań typu A.

(x, y) A (u, v) $\supset$ (x, y) I (u, v) (1)

(x, y) E (u, v) $\supset$ (x, y) O (u, v) (2)

(1) oznacza, że

$D(x, y) = 1 \cap D(x, u) = u \cap D(y, v) = v \cap D(u, v) = 1 \supset D(x, v) = 1 \cap D(y, u) = 1$.

Istotnie, gdyby było $D(x, v) \neq 1$ lub $D(y, u) \neq 1$, to wskutek podzielności x przez u i y przez v byłoby $D(x, y) \neq 1$, co jest sprzeczne z założeniem.

(2) oznacza, że

$D(x, v) \neq 1 \cup D(y, u) \neq 1 \supset D(x, y) \neq 1 \cup D(x, u) \neq u \cup D(y, v) \neq v \cup D(u, v) \neq 1$.

Istotnie, negacja następnika dawałaby $D(x, y) = 1 \cap D(x, u) = u \cap D(y, v) = v \cap D(u, v) = 1$, a to byłoby sprzeczne z poprzednikiem, bo przy $D(x, v) \neq 1$ i $D(y, v)$

$= v$ musi być $D(x, y) \neq 1$. Tak samo przy $D(y, u) \neq 1$ i $D(x, u) = u$ musi być $D(x, y) \neq 1$.

Następnie, z (1) i z konwersji zdania typu I wynika konwersja zdania typu A: $(x, y)\ A\ (u, v) \supset (u, v)\ I\ (x, y)$ (A)

Leibniza weryfikacja formy sylogistycznej figury trzeciej — Datisi.

$$\frac{\begin{array}{l}(x, y)\ A\ (u, v)\\(x, y)\ I\ (s, t)\end{array}}{(s, t)\ I\ (u, v)}$$

czyli

$$D(x, y) = 1 \cap D(x, u) = u \cap D(y, v) = v \cap D(u, v) = 1 \qquad (1)$$

$$D(x, t) = 1 \cap D(y, s) = 1 \qquad (2)$$

$$\overline{D(s, v) = 1 \cap D(t, u) = 1 \qquad (3)}$$

Istotnie, nie może być ani $D(s, v) \neq 1$, ani $D(t, u) \neq 1$, bo w związku z $D(y, v) = v$ i $D(x, u) = u$ powstałaby sprzeczność z (2) tj. byłoby $D(y, s) \neq 1$, $D(x, t) \neq 1$.

Weryfikacja formy sylogistycznej figury pierwszej — Barbara.

$$\frac{\begin{array}{l}(x, y)\ A\ (u, v)\\(s, t)\ A\ (x, y)\end{array}}{(s, t)\ A\ (u, v)}$$

czyli

$$D(x, y) = 1 \cap D(x, u) = u \cap D(y, v) = v \cap D(u, v) = 1 \qquad (1)$$

$$D(s, t) = 1 \cap D(s, x) = x \cap D(t, y) = y \cap D(x, y) = 1 \qquad (2)$$

$$\overline{D(s, t) = 1 \cap D(s, u) = u \cap D(t, v) = v \cap D(u, v) = 1 \qquad (3)}$$

Istotnie, (2) daje $D(s, t) = 1$. Dalej, z (2) widać, że s dzieli się przez x, a z (1) — że x dzieli się przez u, przeto s dzieli się przez u, czyli $D(s, u) = u$. Tak samo okazuje się że $D(t, v) = v$, a mianowicie, z (2) widać, że t dzieli się przez y, a z (1) – że y dzieli się przez v, przeto t dzieli się przez v, czyli $D(t, v) = v$. Więc w obu wypadkach mamy (3). Wreszcie (1) daje $D(u, v) = 1$.

Weryfikacja formy sylogistycznej figury pierwszej – Celarent.

$$\frac{\begin{array}{l}(x, y)\ E\ (u, v)\\ (s, t)\ A\ (x, y)\end{array}}{(s, t)\ E\ (u, v)}$$

czyli

$$D(x, v) \neq 1 \cup D(y, u) \neq 1 \qquad (1)$$
$$D(s, t) = 1 \cap D(s, x) = x \cap D(t, y) = y \cap D(x, y) = 1 \qquad (2)$$
$$\overline{}$$
$$D(s, v) \neq 1 \cup D(t, u) \neq 1 \qquad (3)$$

Istotnie, jeśli $D(x, v) \neq 1$, to ponieważ, jak widać z (2), s dzieli się przez x, przeto i $D(s, v) \neq 1$, czyli sprawdza się (3). Jeśli zaś $D(y, u) \neq 1$, to ponieważ, jak widać z (2), t dzieli się przez y, przeto i $D(t, u) \neq 1$, czyli znowu sprawdza się (3).

Weryfikacja formy sylogistycznej figury pierwszej – Darii.

$$\frac{\begin{array}{l}(x, y)\ A\ (u, v)\\ (s, t)\ I\ (x, y)\end{array}}{(s, t)\ I\ (u, v)}$$

czyli

$$D(x, y) = 1 \cap D(x, u) = u \cap D(y, v) = v \cap D(u, v) = 1 \qquad (1)$$
$$D(s, y) = 1 \cap D(t, x) = 1 \qquad (2)$$
$$\overline{}$$
$$D(s, v) = 1 \cap D(t, u) = 1 \qquad (3)$$

Istotnie, gdyby było $D(s, v) \neq 1$, to ponieważ, jak widać z (1), y dzieli się przez v, byłoby $D(s, y) \neq 1$, co jest sprzeczne z (2) tj. z $D(s, y) = 1$. Tak samo, gdyby $D(t, u) \neq 1$, to ponieważ, jak widać z (1), x dzieli się przez u, byłoby D (t, x) $\neq$ 1, co jest sprzeczne z (2) tj. z D (t, x) = 1. Więc w obu wypadkach mamy (3).

Weryfikacja formy sylogistycznej figury pierwszej — Ferio.

$$\frac{\begin{array}{l}(x, y)\ E\ (u, v)\\ (s, t)\ I\ (x, y)\end{array}}{(s, t)\ O\ (u, v)}$$

czyli

$$D(x, v) \neq 1 \cup D(y, u) \neq 1 \qquad (1)$$
$$D(s, y) = 1 \cap D(t, x) = 1 \qquad (2)$$
$$\overline{}$$
$$D(s, t) \neq 1 \cup D(s, u) \neq u \cup D(t, v) \neq v \cup D(u, v) \neq 1 \qquad (3)$$

Istotnie, w przeciwnym wypadku byłoby D (s, t) = 1 $\cap$ D (s, u) = u $\cap$ D (t, v) = v $\cap$ D (u, v) = 1. Jeśli D (x, v) $\neq$ 1, to wskutek D (t, v) = v byłoby D (t, x) $\neq$ 1, co jest sprzeczne z (2) tj. z D (t, x) = 1. Jeśli zaś D (y, u) $\neq$ 1, to wskutek D (s, u) = u będzie D (s, y) $\neq$ 1, co jest sprzeczne z (2) tj. z D (s, y) = 1. Więc w obu wypadkach mamy (3).

Jeśli teraz weźmiemy taką interpretację zdań typu A i E:

Jeśli x A y oznacza D (x, y) = y oraz
x E y oznacza D (x, y) = 1,
to x I y oznacza D (x, y) $\neq$ 1, a
x O y oznacza D (x, y) $\neq$ y.

Przy takiej interpretacji sprawdzi się wprawdzie forma sylogistyczna figury pierwszej — Barbara, ale nie sprawdzi się Celarent, a więc nie sprawdzi się sylogistyka Arystotelesa.

Istotnie mamy

$$\frac{\begin{array}{l}x\ A\ y\\ z\ A\ x\end{array}}{z\ A\ y}$$

czyli

$$D(x, y) = y \qquad (1)$$
$$D(z, x) = x \qquad (2)$$
$$\overline{}$$
$$D(z, y) = y \qquad (3),$$

bo z (2) widać, że z dzieli się przez x, a z (1) – że x dzieli się przez y, więc z dzieli się przez y, czyli mamy (3).

Ale nie będzie

$$\frac{\begin{array}{l} x\ E\ y \\ z\ A\ x \end{array}}{z\ E\ y}$$

czyli

$$\frac{\begin{array}{l} D(x, y) = 1 \\ D(z, x) = x \end{array}}{D(z, y) = 1}$$

Istotnie, ten wniosek obala przykład, gdy za x podstawimy 1, za y – 2, za z – 2, który sprawdza wprawdzie przesłanki, ale nie sprawdza konkluzji.

A zatem, spośród rozważonych tu dwóch metod tylko przy pomocy metody interpretacji Leibniza sprawdzają się twierdzenia logiki Arystotelesa. Przy czym tą metodą nie tylko można sprawdzić poprawność jej twierdzeń, lecz nadto stwierdzić niesprzeczność ich układu, jeśli się tylko założy, że arytmetyka jest systemem niesprzecznym.

PRZYPISY

[1]) Por. Opuscules et fragments inédits de Leibniz. Extraits des manuscrits de la Bibliothèque Royale de Hanovre par Louis Couturat, Paris 1903, ss. 42 — 92 i 246 oraz Leibniz — Handschriften der königlichen öffentlichen Bibliothek zu Hannover beschrieben von Dr E. Bodemann, Hannover-Leipzig 1895, s. 83.

[2]) Por. L. Couturat, La logique de Leibniz d'aprés des documents inédits, Paris 1901, ss. 326 — 334.

[3]) Por. J. Łukasiewicz, O sylogistyce Arystotelesa (Sprawozdania z czynności i posiedzeń Polskiej Akademii Umiejętności XLIV, nr 6, czerwiec 1939, ss. 220—227) oraz tegoż autora: Aristotle's Syllogistic from the standpoint of modern formal logic, Oxford 1951, ss. 126 — 129.

[4]) Por. K. Dürr, Die mathematische Logik von Leibniz (Studia philosophica. Jahrbuch d. schweiz. Philosophischen Gesellschaft, herausgegeben von D, Christoff und H. Kunz, Bd. VII, 87 — 102, Verlag für Recht- und Gesellschaft, Basel 1947).

[5]) Por. J. Słupecki, Z badań nad sylogistyką Arystotelesa (Prace Wrocławskiego Towarzystwa Naukowego, seria B, nr 6), Wrocław 1948.

[6]) Por. Opuscules, fr. nr 6, s. 79 (Theorema 2), ss. 80—81; Theorema 4 i 5), s. 83; (Theorema 8), s. 90; (Corollarium), s. 91; (Corollarium 2); por. także s. 246: „Propositus sit syllogismus examinandus:

Omnis sapiens est pius (sapiens +70 — 33)
Quidam sapiens est fortunatus (pius +10 — 3)
Ergo quidam fortunatus est pius (fortunatus +8 — 11)
+8 — 1 +10 — 3

Quae conclusio procedit quia neque 8 per 3 neque 11 per 10 dividi potest".

[7]) Por. Opuscules, fr. nr 5, ss. 75—76 i fr. nr 6, ss. 78—80, 89—92.

[8]) Por. Opuscules, fr. nr 5, s. 76: „Ex his paucissimis regulis per numeros demonstrari possunt et examinari omnes consequentias, omnes figurae, omnes modi syllogismorum hactenus recepti, et innumeri alii magis compositi in vita communi frequentati, sed in schola ignorati. Sed nunc quidem satis habebo per has regulas demonstrare in numeris omnes consequentias, omnes figuras omnesque modos syllogismorum categoricorum simplicium in schola jam receptos".

A. KORCIK

LEIBNIZ'S METHOD OF INTERPRETING ARISTOTELIAN LOGIC.

(SUMMARY)

In the present work the author discusses two methods of arithmetical interpretation of Aristotelian logic: the method of Leibniz and arother method closely related to it. In conclusion, he shows that only by application of the Leibniz's method of interpretation can propositions of Aristotelian logic be verified. The method has been applied by Leibniz to the logic of Aristoteles, and more especially to the laws of corwersion of assertory propositions, to the law of subalternation and to the syllogistic form of the third figure Datisi; by means of this method Leibniz has verified the correctness of these forms of ratiocination. In this work the author is trying to show that Leibniz's interpretation applies not only to particular syllogistic forms as particular propositions within the system of Aristotelian logic, but also to the axioms of the system. With this end in view, he analogically verifies by means of Leibniz's method the correctness of the four fundamental forms of the first figure, constituting the axioms of the Aristotelian system, to which also the forms of the other two syllogistic figures can be reduced.